

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

**механіко-математичний факультет**

*кафедра інтегральних та диференціальних рівнянь*

**«ЗАТВЕРДЖУЮ»**

Заступник декана / директора  
з навчальної роботи

\_\_\_\_\_

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2013 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Основи актуарного та фінансового аналізу**

**для студентів**

галузі знань **0402 фізико-математичні науки**

напряму підготовки **7.080101 "математика"**

**КИЇВ – 2013**

Робоча навчальна програма дисципліни "Основи актуарного та фінансового аналізу" для студентів галузі знань 0402 фізико-математичні науки, напряму підготовки 7.080101 "математика".

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2013 року – 14 с.

Розробник: доцент кафедри інтегральних та диференціальних рівнянь,  
кандидат фіз.-мат. наук **Ловейкін Юрій Вячеславович**

Робоча програма дисципліни "Основи актуарного та фінансового аналізу" затверджена на засіданні кафедри інтегральних та диференціальних рівнянь.

Протокол № \_\_\_\_ від «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2013 року.

Завідувач кафедри  
інтегральних та диференціальних рівнянь

М.О. Перестюк

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2013 року

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету.

Протокол № \_\_\_\_ від «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2013 року.

Голова  
науково-методичної комісії

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2013 року

© Ю.В. Ловейкін, 2013 рік

## Вступ

Навчальна дисципліна "Основи актуарного та фінансового аналізу" є складовою освітньо-професійної програми підготовки фахівців за освітньо-професійним рівнем "спеціаліст" галузі знань "фізико-математичні науки" з напрямку підготовки 7.080101 "математика".

Дана дисципліна нормативна.

Викладається у **1** семестрі **5** курсу в обсязі **144 год.** (4 кредити ECTS) зокрема: лекцій – **68 год.**, самостійної роботи – **76 год.** У курсі передбачено 2 змістовних модулі і 2 модульні контрольні роботи. Завершується дисципліна екзаменом.

**Мета дисципліни:** Ознайомлення студентів з базовими поняттями і методами актуарного та фінансового аналізу, оволодіння базовими підходами та методами для прийняття рішення у найпростіших фінансових ситуаціях та прийняття інвестиційних рішень за допомогою аналітичних технік.

**Завдання:** навчити студентів застосовувати методи та підходи актуарного та фінансового аналізу для прийняття рішень у найпростіших фінансових ситуаціях та прийняття інвестиційних рішень.

**Структура курсу:** класична модель ризику, процеси відновлення, моделювання флуктуацій страхової справи, апроксимація процесу ризику, статистичні оцінки параметрів процесів ризику, цінні папери, ринок з дискретним часом, опціони Європейського та Американського типів, ринок з неперервним часом

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

**знати:** базові поняття і методи актуарного та фінансового аналізу: класична модель ризику, процеси відновлення, процеси ризику, цінні папери, ринок з дискретним часом, опціони Європейського та Американського типів, ринок з неперервним часом.

**вміти:** застосовувати методи та підходи актуарного та фінансового аналізу для прийняття рішень у найпростіших фінансових ситуаціях та прийняття інвестиційних рішень.

**Місце навчальної дисципліни в структурно-логічній схемі підготовки фахівців відповідного напрямку.**

Дисципліна "Основи актуарного та фінансового аналізу" є складовою циклу професійної та практичної підготовки спеціалістів математики.

**Зв'язок з іншими дисциплінами.** Викладанню дисципліни "Основи актуарного та фінансового аналізу" передують вивчення таких математичних дисциплін, як "Математичний аналіз", "Теорія ймовірностей та математична статистика". У подальшому матеріал курсу "Основи актуарного та фінансового аналізу" використовується при викладанні спеціальних курсів, а набуті студентами знання — при написанні кваліфікаційних робіт.

### Контроль знань і розподіл балів, які отримують студенти.

Контроль здійснюється за модульно-рейтинговою системою.

У змістовний модуль 1 (ЗМ 1) входять теми 1–5, у змістовний модуль 2 (ЗМ 2) – теми 6–10. Обов'язковим для екзамену є написання 1-ї та 2-ї модульних контрольних робіт з кількістю балів не менше 10.

Оцінювання за формами контролю:

	ЗМ 1		ЗМ 2	
	Мін. балів	Макс. балів	Мін. балів	Макс. балів
Модульна контрольна робота 1	10	60		
Модульна контрольна робота 2			10	60

Для студентів, які набрали сумарно меншу кількість балів ніж критично-розрахунковий мінімум – 20 балів для одержання екзамену обов'язково потрібно написати на потрібну кількість балів додаткову контрольну роботу по всьому матеріалу.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі МКР здійснюються у відповідності до „Положення про порядок оцінювання знань студентів при кредитно-модульній системі організації навчального процесу” від 1 жовтня 2010 року.

	<i>Змістовий модуль 1</i>	<i>Змістовий модуль 2</i>	<i>Іспит, залік, інші форми контролю</i>	<i>Разом (підсумкова оцінка)</i>
Мінімум	10	10	40	60
Максимум	30	30	40	100

При цьому, кількість балів відповідає оцінці:

- 1 - 34** – «незадовільно» **з обов'язковим повторним вивченням дисципліни;**
- 35 - 59** – «незадовільно» **з можливістю повторного складання;**
- 60 - 64** – «задовільно» (**«достатньо»**);
- 65 - 74** – «задовільно»;
- 75 - 84** – «добре»;
- 85 - 89** – «добре» (**«дуже добре»**);
- 90 - 100** – «відмінно».

### Шкала відповідності

За 100-бальною шкалою	Оцінка іспиту за національною шкалою		Оцінка заліку за національною шкалою	
<b>90 – 100</b>	<b>5</b>	<b>відмінно</b>	<b>зараховано</b>	
<b>85 – 89</b>	<b>4</b>	<b>добре</b>		
<b>75 – 84</b>		<b>задовільно</b>		
<b>65 – 74</b>				
<b>60 – 64</b>	<b>3</b>	<b>задовільно</b>		
<b>35 – 59</b>			<b>2</b>	<b>незадовільно</b>
<b>1 – 34</b>				

# ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

## Змістовний модуль 1. Елементи актуарної математики

### Тема 1. Класична модель ризику (18 год.)

Класична модель ризику. Випадкові суми випадкового числа доданків. Ймовірність небанкрутства у класичній моделі ризику. Інтегральне рівняння для ймовірності небанкрутства.

### Тема 2. Процеси відновлення (30 год.)

Процеси відновлення. Основна теорема відновлення. Рівняння відновлення. Рівняння відновлення для невластних розподілів. Асимптотична поведінка ймовірності банкрутства. Теорема Крамера–Лундберга. Константа Лундберга. Оцінка для ймовірності банкрутства в класичній моделі ризику. Звичайний та стаціонарний процеси відновлення. Ймовірність банкрутства у звичайному процесі відновлення. Ймовірність банкрутства у стаціонарному процесі відновлення.

### Тема 3. Моделювання флуктуацій страхової справи (8 год.)

Змішаний пуассонівський процес. Моделювання флуктуацій портфелю за допомогою неоднорідного пуассонівського процесу. Випадкові процеси Кокса.

### Тема 4. Апроксимація процесу ризику (8 год.)

Апроксимація процесу ризику. Дифузійна апроксимація. Апроксимація Беекмана–Боверса. Апроксимація Де Вільдера.

### Тема 5. Статистичні оцінки параметрів процесів ризику (8 год.)

Статистичні оцінки параметрів процесу ризику у класичній моделі. Оцінка сталої Крамера–Лундберга.

## Змістовний модуль 2. Елементи фінансової математики

### Тема 6. Деякі відомості з теорії стохастичних диференціальних рівнянь (8 год.)

Стохастичний інтеграл Іто. Формула Іто. Стохастичні диференціальні рівняння. Теорема існування та єдиності.

### Тема 7. Цінні папери (12 год.)

Основні цінні папери. Опис вартості акції за допомогою геометричного вінерівського процесу. Прямий та опосередкований методи визначення цін облігацій. Похідні цінні папери.

### Тема 8. Ринок з дискретним часом (8 год.)

Ринок з дискретним часом. Модель Кокса–Росса–Рубінштейна. Опис хедж-стратегії інвестора.

### Тема 9. Опціони Європейського та Американського типів. Дискретний час (22 год.)

Розрахунок вартості та хедж-стратегії для опціону Європейського типу. Розрахунок вартості, хедж-стратегії та моменту виконання для опціону Американського типу.

### Тема 10. Ринок з неперервним часом (22 год.)

Ринок з неперервним часом. Дифузійна модель. Стратегія інвестора і розрахунок вартості для опціону Європейського типу. Опціони Європейського типу з термінальною функцією виплат. Формула Блека–Шоулса. Рівняння Блека–Шоулса як модель рівноваги ціни опціону купівлі. Розрахунок опціонів Американського типу. Опціони з післядією.

## НАВЧАЛЬНО-ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ

№ теми	Назва теми	Кількість годин			
		лекції	семінари/ лаборат., практичні	самот. робота	Інші форми контр.
<b>Змістовний модуль 1</b>					
Елементи актуарної математики					
1	Класична модель ризику	8		10	
2	Процеси відновлення	14		16	
3	Моделювання флуктуацій страхової справи	4		4	
4	Апроксимація процесу ризику	4		4	
5	Статистичні оцінки параметрів процесів ризику	4		4	
Модульна контрольна робота					
<b>Змістовний модуль 2</b>					
Елементи фінансової математики					
6	Деякі відомості з теорії стохастичних диференціальних рівнянь	4		4	
7	Цінні папери	6		6	
8	Ринок з дискретним часом	4		4	
9	Опціони Європейського та Американського типів. Дискретний час	10		12	
10	Ринок з неперервним часом	10		12	
Модульна контрольна робота					
	<b>ВСЬОГО</b>	<b>68</b>	<b>0</b>	<b>76</b>	

Загальний обсяг – **144 год.**, в тому числі:

Лекцій – **68 год.**

Семінари/лабораторні, практичні – **0 год.**

Самостійна робота – **76 год.**

# ***Змістовний модуль 1.*** **Елементи актуарної математики**

## **Тема 1. Класична модель ризику**

**Лекція 1.** Вступ до актуарної математики. Класична модель ризику.

**Лекція 2.** Випадкові суми випадкового числа доданків.

**Завдання для самостійної роботи 1** (6 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, р.ІІ, § 1–3], .

**Лекція 3.** Ймовірність небанкрутства у класичній моделі ризику.

**Лекція 4.** Інтегральне рівняння для ймовірності небанкрутства.

**Завдання для самостійної роботи 2** (4 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, р.ІІІ, § 1].

## **Тема 2. Процеси відновлення**

**Лекція 5.** Процеси відновлення. Основна теорема відновлення. Рівняння відновлення.

**Завдання для самостійної роботи 3** (4 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, р.ІІ, § 4].

**Лекція 6.** Рівняння відновлення для невластних розподілів.

**Лекція 7.** Асимптотична поведінка ймовірності банкрутства.

**Завдання для самостійної роботи 4** (4 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, р.ІІІ, § 1].

**Лекція 8.** Теорема Крамера–Лундберга. Константа Лундберга. Оцінка для ймовірності банкрутства в класичній моделі ризику.

**Завдання для самостійної роботи 5** (4 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, р.ІІІ, § 2].

**Лекція 9.** Звичайний та стаціонарний процеси відновлення.

**Лекція 10.** Ймовірність банкрутства у звичайному процесі відновлення.

**Лекція 11.** Ймовірність банкрутства у стаціонарному процесі відновлення.

**Завдання для самостійної роботи 6** (4 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, р.ІІІ, § 3].

### **Тема 3. Моделювання флуктуацій страхової справи**

**Лекція 12.** Змішаний пуассонівський процес. Моделювання флуктуацій портфелю за допомогою неоднорідного пуассонівського процесу.

**Лекція 13.** Випадкові процеси Кокса.

**Завдання для самостійної роботи 7** (4 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, р.ІІІ, § 4].

### **Тема 4. Апроксимація процесу ризику**

**Лекція 14.** Апроксимація процесу ризику. Дифузійна апроксимація.

**Лекція 15.** Апроксимація Беекмана–Боверса. Апроксимація Де Вільдера.

**Завдання для самостійної роботи 8** (4 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, р.ІІІ, § 5].

### **Тема 5. Статистичні оцінки параметрів процесів ризику**

**Лекція 16.** Статистичні оцінки параметрів процесу ризику у класичній моделі.

**Лекція 17.** Оцінка сталої Крамера–Лундберга.

**Завдання для самостійної роботи 9** (4 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, р.ІІІ, § 6].

#### **Контрольні питання**

1. Класична модель ризику.
2. Випадкові суми випадкового числа доданків.
3. Ймовірність небанкрутства у класичній моделі ризику.
4. Інтегральне рівняння для ймовірності небанкрутства.
5. Процеси відновлення. Основна теорема відновлення. Рівняння відновлення.
6. Рівняння відновлення для невластних розподілів.
7. Асимптотична поведінка ймовірності банкрутства.
8. Теорема Крамера–Лундберга. Константа Лундберга.
9. Оцінка для ймовірності банкрутства в класичній моделі ризику.
10. Звичайний та стаціонарний процеси відновлення.
11. Ймовірність банкрутства у звичайному процесі відновлення.
12. Ймовірність банкрутства у стаціонарному процесі відновлення.
13. Змішаний пуассонівський процес. Моделювання флуктуацій портфелю за допомогою неоднорідного пуассонівського процесу.
14. Випадкові процеси Кокса.
15. Апроксимація процесу ризику. Дифузійна апроксимація.
16. Апроксимація Беекмана–Боверса.
17. Апроксимація Де Вільдера.
18. Статистичні оцінки параметрів процесу ризику у класичній моделі.
19. Оцінка сталої Крамера–Лундберга.

## **Змістовний модуль 2.**

### **Елементи фінансової математики**

#### **Тема 6. Деякі відомості з теорії стохастичних диференціальних рівнянь**

**Лекція 18.** Стохастичний інтеграл Іто. Формула Іто.

**Лекція 19.** Стохастичні диференціальні рівняння. Теорема існування та єдиності.

**Завдання для самостійної роботи 10** (4 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, р.II, § 13].

#### **Тема 7. Цінні папери**

**Лекція 20.** Основні цінні папери. Опис вартості акції за допомогою геометричного вінерівського процесу.

**Лекція 21.** Прямий та опосередкований методи визначення цін облігацій.

**Лекція 22.** Похідні цінні папери.

**Завдання для самостійної роботи 11** (6 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, р.IV, § 1-3].

#### **Тема 8. Ринок з дискретним часом**

**Лекція 23.** Ринок з дискретним часом. Модель Кокса–Росса–Рубінштейна.

**Лекція 24.** Опис хедж-стратегії інвестора.

**Завдання для самостійної роботи 12** (4 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, р.IV, § 4-5].

#### **Тема 9. Опціони Європейського та Американського типів. Дискретний час**

**Лекція 25.** Розрахунок вартості та хедж-стратегії для опціону Європейського типу.

**Лекція 26.** Приклади розрахунку справедливої ціни та хедж-стратегії Європейського опціону без післядії.

**Завдання для самостійної роботи 13** (6 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, р.IV, § 6].

**Лекції 27 - 28.** Розрахунок вартості, хедж-стратегії та моменту виконання для опціону Американського типу.

**Лекція 29.** Приклади розрахунку справедливої ціни, хедж-стратегії та моменту виконання опціону Американського типу.

**Завдання для самостійної роботи 14** (6 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, р.IV, § 7].

### **Тема 10. Ринок з неперервним часом**

**Лекція 30.** Ринок з неперервним часом. Дифузійна модель.

**Завдання для самостійної роботи 15** (4 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, р.IV, § 9].

**Лекція 31.** Стратегія інвестора і розрахунок вартості для опціону Європейського типу.

**Лекція 32.** Опціони Європейського типу з термінальною функцією виплат. Формула Блека–Шоулса.

**Лекція 33.** Рівняння Блека–Шоулса як модель рівноваги ціни опціону купівлі.

**Завдання для самостійної роботи 16** (4 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, р.IV, § 10].

**Лекція 34.** Розрахунок опціонів Американського типу. Опціони з післядією.

**Завдання для самостійної роботи 17** (4 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, р.IV, § 10,11].

### **Контрольні питання**

1. Стохастичний інтеграл Іто. Формула Іто.
2. Стохастичні диференціальні рівняння. Теорема існування та єдиності.
3. Основні цінні папери. Опис вартості акції за допомогою геометричного вінерівського процесу.
4. Прямий та опосередкований методи визначення цін облігацій.
5. Похідні цінні папери.
6. Ринок з дискретним часом.
7. Модель Кокса–Росса–Рубінштейна.
8. Опис хедж-стратегії інвестора.
9. Розрахунок вартості та хедж-стратегії для опціону Європейського типу.
10. Розрахунок вартості, хедж-стратегії та моменту виконання для опціону Американського типу.
11. Ринок з неперервним часом. Дифузійна модель.
12. Стратегія інвестора і розрахунок вартості для опціону Європейського типу.
13. Опціони Європейського типу з термінальною функцією виплат.
14. Формула Блека–Шоулса.
15. Рівняння Блека–Шоулса як модель рівноваги ціни опціону купівлі.
16. Розрахунок опціонів Американського типу.
17. Опціони з післядією.

### **Перелік питань на екзамен**

Класична модель ризику.

Випадкові суми випадкового числа доданків.

Ймовірність небанкрутства у класичній моделі ризику.

Інтегральне рівняння для ймовірності небанкрутства.

Процеси відновлення. Основна теорема відновлення. Рівняння відновлення.  
 Рівняння відновлення для невластних розподілів.  
 Асимптотична поведінка ймовірності банкрутства.  
 Теорема Крамера–Лундберга. Константа Лундберга.  
 Оцінка для ймовірності банкрутства в класичній моделі ризику.  
 Звичайний та стаціонарний процеси відновлення.  
 Ймовірність банкрутства у звичайному процесі відновлення.  
 Ймовірність банкрутства у стаціонарному процесі відновлення.  
 Змішаний пуассонівський процес. Моделювання флуктуацій портфелю за допомогою неоднорідного пуассонівського процесу.  
 Випадкові процеси Кокса.  
 Апроксимація процесу ризику. Дифузійна апроксимація.  
 Апроксимація Беекмана–Боверса.  
 Апроксимація Де Вільдера.  
 Статистичні оцінки параметрів процесу ризику у класичній моделі.  
 Оцінка сталої Крамера–Лундберга.  
 Стохастичний інтеграл Іто. Формула Іто.  
 Стохастичні диференціальні рівняння. Теорема існування та єдиності.  
 Основні цінні папери. Опис вартості акції за допомогою геометричного вінерівського процесу.  
 Прямий та опосередкований методи визначення цін облігацій.  
 Похідні цінні папери.  
 Ринок з дискретним часом.  
 Модель Кокса–Росса–Рубінштейна.  
 Опис хедж-стратегії інвестора.  
 Розрахунок вартості та хедж-стратегії для опціону Європейського типу.  
 Розрахунок вартості, хедж-стратегії та моменту виконання для опціону Американського типу.  
 Ринок з неперервним часом. Дифузійна модель.  
 Стратегія інвестора і розрахунок вартості для опціону Європейського типу.  
 Опціони Європейського типу з термінальною функцією виплат.  
 Формула Блека–Шоулса.  
 Рівняння Блека–Шоулса як модель рівноваги ціни опціону купівлі.  
 Розрахунок опціонів Американського типу.  
 Опціони з післядією.

### Рекомендована література

1. Теоретико-ймовірносні та статистичні моделі в економетриці та фінансовій математиці / М.М. Леоненко, Ю.С. Мішура, В.М. Пархоменко, М.Й. Ядренко. – К.: Інформтехніка, 1995. – 380 с.
2. Гербер Х. Математика страхування життя: Пер. с англ. – М.: Мир, 1995. – 156 с.
3. Мішура Ю.С., Шевченко Г.М. Математика фінансів. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2009. – 352 с.
4. Борисенко О.Д., Мішура Ю.С., Радченко В.М., Шевченко Г.М. Збірник задач з фінансової математики. – К.: Техніка, 2007. – 256 с.
5. Фалин Г.И., Фалин А.И. Актуарная математика в задачах. – М.: Физматлит, 2003. – 192 с.
6. Бауэрс Н., Гербер Х., Джонс Д., Несбитт С., Хикман Дж. Актуарная математика: пер. с англ. / под ред. В.К. Малиновского. – М.: Янус-К, 2001. – 656 с.

