

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

механіко-математичний факультет

кафедра інтегральних та диференціальних рівнянь

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана / директора
з навчальної роботи

«_____» _____ 2013 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Аналітико-геометричні методи аналізу нелінійних
диференціальних рівнянь**

для студентів

галузі знань **0402 фізико-математичні науки**

напряму підготовки **8.080101 "математика"**

КИЇВ – 2013

Робоча навчальна програма дисципліни "Аналітико-геометричні методи аналізу нелінійних диференціальних рівнянь" для студентів галузі знань 0402 фізико-математичні науки, напряму підготовки 8.080101 "математика".

«_____» _____ 2013 року – 11 с.

Розробник: доцент кафедри інтегральних та диференціальних рівнянь,
кандидат фіз.-мат. наук **Ловейкін Юрій В'ячеславович**

Робоча програма дисципліни "Аналітико-геометричні методи аналізу нелінійних диференціальних рівнянь" затверджена на засіданні кафедри інтегральних та диференціальних рівнянь.

Протокол № ____ від «_____» _____ 2013 року.

Завідувач кафедри
інтегральних та диференціальних рівнянь

М.О. Перестюк

«_____» _____ 2013 року

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету.

Протокол № ____ від «_____» _____ 2013 року.

Голова
науково-методичної комісії

«_____» _____ 2013 року

Вступ

Навчальна дисципліна “Аналітико-геометричні методи аналізу нелінійних диференціальних рівнянь” є складовою освітньо-професійної програми підготовки фахівців за освітньо-професійним рівнем “магістр” галузі знань “фізико-математичні науки” з напрямку підготовки 8.080101 “математика”.

Дана дисципліна за вибором.

Викладається у 1 семестрі 6 курсу в обсязі **72 год.** (2 кредити ECTS) зокрема: лекцій – **34 год.**, самостійної роботи – **38 год.** У курсі передбачено два змістовних модулі і два модульні контрольні роботи. Завершується дисципліна екзаменом.

Мета дисципліни: ознайомлення з аналітико-геометричними методами теорії нелінійних диференціальних рівнянь, сучасним станом цієї теорії, розгляд основних підходів та методів дослідження.

Завдання: навчити студентів застосовувати підходи та методи дослідження задач сучасної теорії диференціальних рівнянь.

Структура курсу: теореми існування, загальні властивості розв’язків, стійкість розв’язків, системи другого порядку та рівняння другого порядку, теорія збурень.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати: основні аналітико-геометричними методи теорії нелінійних диференціальних рівнянь: теореми існування, загальні властивості розв’язків, стійкість розв’язків, системи другого порядку та рівняння другого порядку, теорія збурень.

вміти: застосовувати базові теоретичні та практичні підходи та методи аналізу нелінійних диференціальних рівнянь.

Місце навчальної дисципліни в структурно-логічній схемі підготовки фахівців відповідного напрямку.

Дисципліна “Аналітико-геометричні методи аналізу нелінійних диференціальних рівнянь” є складовою циклу професійної та практичної підготовки магістрів математики, які спеціалізуються по кафедрі інтегральних і диференціальних рівнянь.

Зв’язок з іншими дисциплінами. Викладанню дисципліни “Аналітико-геометричні методи аналізу нелінійних диференціальних рівнянь” передують вивчення таких математичних дисциплін, як “Диференціальні рівняння”, “Математичний аналіз”, “Лінійна алгебра”, “Диференціальні рівняння в частинних похідних”. У подальшому матеріал курсу використовується при викладанні інших спеціальних курсів, а набуті студентами знання — при написанні кваліфікаційних робіт.

Контроль знань і розподіл балів, які отримують студенти.

Контроль здійснюється за модульно-рейтинговою системою.

У змістовний модуль 1 (ЗМ 1) входять теми 1, 2, у змістовний модуль 2 (ЗМ 2) – теми 3, 4. Обов’язковим для екзамену є написання 1-ї та 2-ї модульних контрольних робіт з кількістю балів не менше 10.

Оцінювання за формами контролю:

	ЗМ 1		ЗМ 2	
	Мін. балів	Макс. балів	Мін. балів	Макс. балів
Модульна контрольна робота 1	10	30		
Модульна контрольна робота 2			10	30

Для студентів, які набрали сумарно меншу кількість балів ніж критично-розрахунковий мінімум – 20 балів для одержання екзамену обов'язково потрібно написати на потрібну кількість балів додаткову контрольну роботу по всьому матеріалу.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі МКР здійснюються у відповідності до „Положення про порядок оцінювання знань студентів при кредитно-модульній системі організації навчального процесу” від 1 жовтня 2010 року.

	<i>Змістовий модуль 1</i>	<i>Змістовий модуль 2</i>	<i>Екзамен</i>	<i>Підсумкова оцінка</i>
Мінімум	10	10	40	60
Максимум	30	30	40	100

При цьому, кількість балів відповідає оцінці:

- 1 - 34** – «незадовільно» *з обов'язковим повторним вивченням дисципліни;*
35 - 59 – «незадовільно» *з можливістю повторного складання;*
60 - 64 – «задовільно» (*«достатньо»*);
65 - 74 – «задовільно»;
75 - 84 – «добре»;
85 - 89 – «добре» (*«дуже добре»*);
90 - 100 – «відмінно».

Шкала відповідності

За 100-бальною шкалою	Оцінка іспиту за національною шкалою		Оцінка заліку за національною шкалою
90 – 100	5	відмінно	зараховано
85 – 89	4	добре	
75 – 84		задовільно	
65 – 74			
60 – 64	3	задовільно	не зараховано
35 – 59			
1 – 34			

ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Змістовний модуль 1. Загальні властивості розв'язків диференціальних рівнянь та їх стійкість

Тема 1. Теореми існування. Загальні властивості розв'язків (16 год.)

Теореми існування. Властивості неперервності. Властивості диференційовності та аналітичності. Рівняння вищих порядків. Автономні системи. Різні типи лінійних систем. Однорідні та неоднорідні системи. Лінійні системи з періодичними коефіцієнтами. Теорія Флоке.

Тема 2. Стійкість розв'язків (22 год.)

Стійкість особливих точок. Стійкість інтегральних кривих. Поняття структурної стійкості. Диференціальні рівняння на торі. Гіперболічна теорія. U -системи. Структурно стійкі системи не є всюди щільними.

Змістовний модуль 2. Системи другого порядку. Теорія збурень

Тема 3. Системи другого порядку та рівняння другого порядку (24 год.)

Двовимірна система. Локальна фазова картина у особливій точці. Граничні множини траєкторій при $t \rightarrow \pm\infty$. Теорема Бендіксона. Самозбурювані системи. Вимушені коливання. Апроксимації для квазігармонічних систем. Граничне положення граничних циклів.

Тема 4. Теорія збурень (10 год.)

Метод усереднення. Усереднення в одночастотних системах. Усереднення у багаточастотних системах. Усереднення у гамільтонових системах.

НАВЧАЛЬНО-ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ

№ теми	Назва теми	Кількість годин			
		лекції	семінари/ лаборат., практичні	самоств. робота	Інші форми контр.
Змістовний модуль 1					
Загальні властивості розв'язків диференціальних рівнянь та їх стійкість					
1	Теорема існування. Загальні властивості розв'язків	8		8	
2	Стійкість розв'язків	10		12	
Модульна контрольна робота					
Змістовний модуль 2					
Системи другого порядку. Теорія збурень					
3	Системи другого порядку та рівняння другого порядку	12		12	
4	Теорія збурень	4		6	
Модульна контрольна робота					
	ВСЬОГО	34		38	

Загальний обсяг – **72 год.**, в тому числі:

Лекцій – **34 год.**

Семінари/лабораторні, практичні – **0 год.**

Самостійна робота – **38 год.**

Змістовний модуль 1

Загальні властивості розв'язків диференціальних рівнянь та їх стійкість

Тема 1. Теореми існування. Загальні властивості розв'язків

Лекція 1. Теореми існування. Властивості неперервності.

Завдання для самостійної роботи 1 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 2, § 1–3].

Лекція 2. Властивості диференційовності та аналітичності. Рівняння вищих порядків. Автономні системи.

Завдання для самостійної роботи 2 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 2, § 4–7].

Лекція 3. Різні типи лінійних систем. Однорідні та неоднорідні системи.

Завдання для самостійної роботи 3 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 3, § 1–3].

Лекція 4. Лінійні системи зі сталими коефіцієнтами. Лінійні системи з періодичними коефіцієнтами. Теорія Флоке.

Завдання для самостійної роботи 4 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 3, § 4–5].

Тема 2. Стійкість розв'язків

Лекція 5. Стійкість особливих точок. Стійкість у лінійних системах. Стійкість інтегральних кривих.

Завдання для самостійної роботи 5 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 4, § 1–6].

Лекція 6. Поняття структурної стійкості. Диференціальні рівняння на торі.

Завдання для самостійної роботи 6 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [2, гл. 3, § 10, 11].

Лекція 7. Аналітичне приведення до повороту аналітичних дифеоморфізмів кола.

Завдання для самостійної роботи 7 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [2, гл. 3, § 12].

Лекція 8. Вступ до гіперболічної теорії. У-системи.

Завдання для самостійної роботи 8 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [2, гл. 3, § 13, 14].

Лекція 9. Структурно стійкі системи не є всюди щільними.

Завдання для самостійної роботи 9 (4 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [2, гл. 3, § 15].

Контрольні питання

1. Теореми існування. Властивості неперервності.
2. Властивості диференційовності та аналітичності.
3. Рівняння вищих порядків. Автономні системи.
4. Різні типи лінійних систем. Однорідні та неоднорідні системи.
5. Лінійні системи з періодичними коефіцієнтами.
6. Теорія Флоке.
7. Стійкість особливих точок.
8. Стійкість інтегральних кривих.
9. Поняття структурної стійкості.
10. Диференціальні рівняння на торі.
11. Гіперболічна теорія.
12. У-системи.
13. Структурно стійкі системи не є всюди щільними.

Змістовний модуль 2 **Системи другого порядку. Теорія збурень**

Тема 3. Системи другого порядку та рівняння другого порядку

Лекція 10. Двовимірна система. Локальна фазова картина у особливій точці.

Завдання для самостійної роботи 10 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 10, § 1, 2].

Лекція 11. Граничні множини траєкторій при $t \rightarrow \pm\infty$. Теорема Бендіксона. Додаткові відомості про граничні цикли.

Завдання для самостійної роботи 11 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 10, § 3–5].

Лекція 12. Самозбурювані (автоколивні) системи.

Завдання для самостійної роботи 12 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 12, § 1].

Лекція 13. Вимушені коливання.

Завдання для самостійної роботи 13 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 12, § 2].

Лекція 14. Апроксимації для квазігармонічних систем. Рівняння Мат'є та Хілла.

Завдання для самостійної роботи 14 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 12, § 3–4].

Лекція 15. Граничне положення граничних циклів.

Завдання для самостійної роботи 15 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 12, § 5].

Тема 4. Теорія збурень

Лекція 16. Метод усереднення. Усереднення в одночастотних системах.

Завдання для самостійної роботи 16 (3 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [2, гл. 4, § 16, 17].

Лекція 17. Усереднення у багаточастотних та гамільтонових системах.

Завдання для самостійної роботи 17 (3 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [2, гл. 4, § 18, 19].

Контрольні питання

1. Двовимірна система.
2. Локальна фазова картина у особливій точці.
3. Граничні множини траєкторій при $t \rightarrow \pm\infty$.
4. Теорема Бендіксона.
5. Самозбурювані системи.
6. Вимушені коливання.
7. Апроксимації для квазігармонічних систем.
8. Граничне положення граничних циклів.
9. Метод усереднення.
10. Усереднення в одночастотних системах.
11. Усереднення у багаточастотних системах.
12. Усереднення у гамільтонових системах.

Перелік питань на екзамен

Теореми існування. Властивості неперервності. Властивості диференційовності та аналітичності. Рівняння вищих порядків. Автономні системи. Різні типи лінійних систем. Однорідні та неоднорідні системи. Лінійні системи з періодичними коефіцієнтами. Теорія Флоке. Стійкість особливих точок. Стійкість інтегральних кривих. Поняття структурної стійкості. Диференціальні рівняння на торі. Гіперболічна теорія. У-системи. Структурно стійкі системи не є всюди щільними. Двовимірна система. Локальна фазова картина у особливій точці. Граничні множини траєкторій при $t \rightarrow \pm\infty$. Теорема Бендіксона. Самозбурювані системи. Вимушені коливання. Апроксимації для квазігармонічних систем. Граничне положення граничних циклів. Метод усереднення. Усереднення в одночастотних системах. Усереднення у багаточастотних системах. Усереднення у гамільтонових системах.

Рекомендована література

1. Лефшец С. Геометрическая теория дифференциальных уравнений. Пед. – М.: Изд-во иностр. литерат., 1961. – 388 с.
2. Арнольд В.И. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – Ижевск.: Ижевская республиканская типография, 2000. – 400 с.

Содержательная программа курса
“Аналитико-геометрические методы теории дифференциальных уравнений”

Теоремы существования. Свойства непрерывности.
Свойства дифференцируемости и аналитичности.
Уравнения высших порядков. Автономные системы.
Разные типы линейных систем. Однородные и неоднородные системы.
Линейные системы с периодическими коэффициентами.
Теория Флоке.
Устойчивость особых точек.
Устойчивость интегральных кривых.
Понятие структурной устойчивости.
Дифференциальные уравнения на торе.
Гиперболическая теория.
У-системы.
Структурно устойчивые системы не всюду плотны.
Двумерная система.
Локальная фазовая картина в особой точке.
Предельные множества траекторий при $t \rightarrow \pm\infty$.
Теорема Бендиксона.
Самовозмущающиеся системы.
Вынужденные колебания.
Аппроксимация для квазигармонических систем.
Предельное положение предельных циклов.
Метод усреднения.
Усреднения в одночастотных системах.
Усреднения в многочастотных системах.
Усреднения в гамильтоновых системах.

Course program
**"Analytic and Geometric Methods of Nonlinear Differential
Equations Analysis"**

Existence theorem. Continuity properties.
Differentiability and analyticity properties.
Higher-order equations. Autonomous systems.
Different types of linear systems. Homogeneous and heterogeneous systems.
Linear systems with periodic coefficients.
Floquet theory.
Stability of singular points.
Stability of the integral curves.
The concept of structural stability.
Differential equations on a torus.
Hyperbolic theory.
U-system.
Structurally stable systems are not dense.
Two-dimensional system.
The local phase portrait at the singular point.
Limit sets of trajectories while $t \rightarrow \pm\infty$.
Bendixson theorem.
Self-perturbed system.
Forced oscillations.
Approximation for the quasi-harmonic systems.
Limiting position of limit cycles.
The averaging method.
Averaging in single frequency systems.
Averaging in multi-frequency systems.
Averaging in Hamiltonian systems.