

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

механіко-математичний факультет

Кафедра інтегральних та диференціальних рівнянь

Укладач: доцент Федоренко В.В.

Динамічні системи

РОБОЧА НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА

для магістрів спеціальностей: математика і статистика

Затверджено

на засіданні кафедри
інтегральних та диференціальних рівнянь
Протокол № _____ від _____ травня 2012 р.
Зав. кафедри _____ Перестюк М.О.

Вченою радою механіко-математичного
факультету
протокол № _____ від _____ червня 2012 р.
Голова вченої ради _____ Городній М.Ф.

КИЇВ – 2012

Робоча навчальна програма з дисципліни “Динамічні системи”

Укладач: кандидат фіз.-мат. наук, доцент Федоренко В.В.

Лектор: *кандидат фіз.-мат. наук, доцент Федоренко В.В.*

Погоджено
з науково-методичною комісією
протокол № “ ” травня 2012р.

Підпис голови НМК факультету/ інституту

Передмова

“Динамічні системи” є базовою математичною дисципліною циклу професійної та практичної підготовки магістрів математики і статистики. Вона викладається на I курсі у 1-му та 2-му семестрах в обсязі 140 годин, з них лекцій 70 год., самостійна робота 70 год. Формою підсумкового контролю є *іспит*.

Мета і завдання навчальної дисципліни:

Ознайомлення з основними поняттями та положеннями теорії динамічних систем, проведення їх класифікації, опанування основними методами дослідження динамічних систем, та застосування цих методів до характерних прикладів.

Предмет навчальної дисципліни:

Динамічні системи породжені неперервними відображення, різницевиими та диференціальними рівняннями.

Вимоги до знань та вмінь

Для успішного засвоєння матеріалу студенту необхідно володіти основами математичного аналізу (зокрема, матеріалом розділів “Границі”, “Похідна”, “Диференціальне числення”, “Існування оберненого відображення та неявної функції”, “Метричні простори”, “Принцип стиснених відображень”), лінійної алгебри (зокрема, матеріалом розділів “Лінійні простори”), теорії міри (зокрема, матеріалом розділів “Міра та вимірні функції”), теорії диференціальних рівнянь (зокрема, теоремами існування, єдиності розв’язку та неперервної залежності розв’язків від параметрів).

Місце навчальної дисципліни в структурно-логічній схемі освітньо-професійної програми підготовки бакалавра математики.

Дисципліна “Динамічні системи” є складовою циклу професійної та практичної підготовки магістрів математики і статистики. Її викладанню передують вивчення таких математичних дисциплін, як “Математичний аналіз”, “Диференціальні рівняння”, “Лінійна алгебра”, “Теорія міри”. У подальшому матеріал курсу “Динамічні системи” використовується при викладанні низки спеціальних курсів.

Система поточного, модульного та підсумкового контролю

Навчальна дисципліна “Динамічні системи” оцінюється за модульно-рейтинговою системою. Вона поділена на 2 змістових модулі.

Результати навчальної діяльності студентів оцінюються за 100-бальною шкалою.

Контроль знань.

Контроль здійснюється за модульно-рейтинговою системою.

Оцінювання за формами контролю:

Поточний –

- усна відповідь, домашня письмова робота, доповнення – по 1 балу, але в сумі не більше 3-х балів за змістовий модуль;
- письмові самостійні – (1 на змістовий модуль) – 3 бали;
- модульна контрольна робота – 14 балів.

За результатами студент отримує підсумкову оцінку за 100-бальною системою, яка розраховується як середньозважене оцінок за кожен із чотирьох модулів та оцінки за іспит за наступною формулою.

	<i>Змістовий модуль 1</i>	<i>Змістовий модуль 2</i>	<i>Екзамен</i>	<i>Разом (підсумкова оцінка)</i>
Максимальна оцінка в балах	30	30	40	100

При цьому, кількість балів відповідає оцінці:

1 – 34 – «незадовільно» з обов'язковим повторним вивченням дисципліни;

35 – 59 – «незадовільно» з можливістю повторного складання;

60 – 64 – «задовільно» («достатньо»);

65 – 74 – «задовільно»;

75 – 84 – «добре»;

85 – 89 – «добре» («дуже добре»);

90 – 100 – «відмінно».

Шкала відповідності¹

За 100-бальною шкалою	Оцінка іспиту за національною шкалою		Оцінка заліку за національною шкалою
90 – 100	5	відмінно	зараховано
85 – 89	4	добре	
75 – 84			
65 – 74			
60 – 64	3	задовільно	
35 – 59			
1 – 34	2	незадовільно	не зараховано

НАВЧАЛЬНО-ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН

1 семестр

№ теми	Назва теми	Кількість годин		
		лекції	практичні	самостійна робота
Змістовий модуль 1 Топологічна динаміка				
1	Основні поняття теорії динамічних систем	6	-	6
2	Асимптотична поведінка траєкторій	6	-	6
3	Типи повертальності траєкторій	8	-	8
Модульна контрольна робота				
Символьна динаміка				
4	Властивості зсуву Бернуллі та одновимірна підкова	6		6
5	Одометр та його застосування	4		4
6	Топологічний марковський ланцюг та топологічна ентропія	6		6
Модульна контрольна робота				
	ВСЬОГО	36		36

2 семестр

№ теми	Назва теми	Кількість годин		
		лекції	практичні	самостійна робота
Змістовий модуль 2				
Одновимірна динаміка				
7	Логістичне відображення	6	-	6
8	Комбінаторна динаміка	12	-	12
9	Класифікація одновимірних відображень	6	-	4
Модульна контрольна робота			-	
Елементи ергодичної теорії та гладкої динаміки				
10	Інваріантні міри динамічної системи	2	-	2
11	Структурна стійкість динамічних систем та біфуркації циклів	4	-	2
12	Атрактори гладких динамічних систем	4	-	6
Модульна контрольна робота				
	ВСЬОГО	34		34

Загальний обсяг 140 год., в тому числі:

Лекцій – 70 год.

Самостійна робота – 70 год.

СЕМЕСТР I

Змістовий модуль 1. Топологічна динаміка

Тема 1. Основні поняття теорії динамічних систем

Лекція 1. Означення динамічної системи (ДС); основна задача теорії ДС; оборотна і необоротна ДС; ДС з неперервним та дискретним часом; скінченновимірні і нескінченновимірні ДС; топологічна спряженість ДС; типові та грубі ДС; історичні зауваження.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 1 – 2 год.

Література [2, 3, 5].

Лекція 2. Приклади ДС, породжених відображеннями: ДС породжені неперервними монотонними відображеннями інтервалу в себе; поворот кола; зсув Бернуллі.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 2 – 2 год.

Література [2, 5].

Лекція 3. Приклади ДС, породжених різницевидами та звичайними диференціальними рівняннями, крайовими задачами для диференціальних рівнянь в частинних похідних; теорія ДС, як якісна теорія нелінійних різницевих та диференціальних рівнянь.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 3 – 2 год.

Література [2, 5].

Тема 2. Асимптотична поведінка траєкторій

Лекція 4. Інваріантні та мінімальні множини. Приклади.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 4 – 2 год.

Література [2, 3, 5].

Лекція 5. Омега-граничні та альфа-граничні множини. Приклади.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 5 – 2 год.

Література [2, 3, 5].

Лекція 6. Характеристичні властивості мінімальних та омега-граничних множин. Стійкість за Пуасоном. Приклади.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 6 – 2 год.

Література [2, 3, 5].

Тема 3. Типи повертальності траєкторій

Лекція 7. Повертальність точок ДС: періодичність, майже періодичність, майже періодичність за Бором, рекурентність. Приклади.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 7 – 2 год.
Література [2, 3, 5].

Лекція 8. Повертальність точок на мінімальних множинах. Теорема : Біркгофа. Теорема Маркова.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 8 – 2 год.
Література [3].

Лекція 9. Множина неблукаючих точок та її властивості.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 9 – 2 год.
Література [2, 3, 5].

Лекція 10. Центр ДС. Множина ланцюгово-рекурентних точок.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 10 – 2 год.
Література [2, 3, 5].

Символьна динаміка

Тема 4. Властивості зсуву Бернуллі та одновимірна підкова

Лекція 11. Фазовий простір зсуву Бернуллі. Повертальність точок зсуву Бернуллі.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 11 – 2 год.
Література [1, 2, 5].

Лекція 12. Послідовність Морса—Туе. Комбінаторна ентропія та її властивості.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 12 – 2 год.
Література [2, 3, 5].

Лекція 13. Одновимірна підкова та її властивості.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 13 – 2 год.
Література [2, 5].

Тема 5. Одометр та його застосування

Лекція 14. Двоадичний одометр та його комбінаторна ентропія.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 14 – 2 год.
Література [2, 5].

Лекція 15. Застосування одновимірної підкови та одометра.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 15 – 2 год.
Література [2, 5].

Тема 6. Топологічний марковський ланцюг та топологічна ентропія

Лекція 16. Топологічний марковський ланцюг — узагальнення зсуву Бернуллі.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 16 – 2 год.
Література [1, 2, 5].

Лекція 17. Топологічна ентропія – міра складності ДС.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 17 – 2 год.
Література [1, 2, 5].

Лекція 18. Застосування символної динаміки до дослідження потоків.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 18 – 2 год.
Література [2].

СЕМЕСТР II

Змістовий модуль 2. Одновимірна динаміка

Тема 7. Логістичне відображення

Лекція 19. Граничні цикли логістичного відображення. Біфуркації подвоєння періоду.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 19 – 2 год.

Література [2, 5].

Лекція 20. Двоадичний одометр логістичного відображення.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 20 – 2 год.
Література [2, 5].

Лекція 21. Логістичне відображення з додатною топологічною ентропією.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 21 – 2 год.
Література [2, 5].

Тема 8. Комбінаторна динаміка

Лекція 22. Критерій існування циклу періоду 2.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 22 – 2 год.
Література [5].

Лекція 23. Тип циклу та його властивості.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 23 – 2 год.
Література [5].

Лекція 24. Теорема Шарковського.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 24 – 2 год.
Література [2, 5].

Лекція 25. Мінімальні цикли.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 25 – 2 год.
Література [2, 5].

Лекція 26. Частковий порядок співіснування типів циклів.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 26 – 2 год.
Література [5].

Лекція 27. Співіснування циклів неперервних відображень кола та квадрата.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 27 – 2 год.
Література [2, 5].

Тема 9. Класифікація одновимірних відображень

Лекція 28. Прості і складні відображення інтервалу.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 28 – 2 год.
Література [5].

Лекція 29. Класифікація відображень інтервалу.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 29 – 2 год.
Література [5].

Лекція 30. Порівняння динамік на інтервалі та колі.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 30 – 2 год.
Література [2, 5].

Елементи ергодичної теорії та гладкої динаміки

Тема 10. Інваріантні міри динамічної системи

Лекція 31. Теорема Крилова-Боголюбова про існування інваріантної міри.

Ергодична теорема Біркгофа.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 31 – 2 год.
Література [2, 4].

Тема 11. Структурна стійкість динамічних систем та біфуркації циклів

Лекція 32. Структурна стійкість динамічних систем

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 32 – 2 год.
Література [2, 5].

Лекція 33. Біфуркації циклів.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 33 – 2 год.
Література [2, 5].

Тема 12. Атрактори гладких динамічних систем

Лекція 34. Атрактори унімодальних відображень.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 34 – 2 год.

Література [2, 5].

Лекція 35. Підкова Смейла. Фрактали.

Самостійна робота по вивченню матеріалу лекції № 35 – 2 год.

Література [2, 5].

Питання для екзаменаційних білетів

1. Основні поняття та напрямки теорії динамічних систем.
2. Дволисті динамічні системи з хаотичною поведінкою.
3. Інваріанти топологічної спряженості динамічних систем.
4. Крайова задача для гіперболічної системи, яка зводиться до різницевого рівняння.
5. Нерухомі і періодичні точки та їх властивості. Інваріантні множини
6. Мінімальні множини та їх властивості.
7. α - і ω -граничні множини траєкторії та їх властивості.
8. Характеристична властивість мінімальної множини.
9. Теорема Біркгофа про мінімальні множини.
10. Майже періодичні за Бором, майже періодичні, рекурентні та стійкі за Пуасоном точки та їх властивості.
11. Пряма теорема Маркова про стійкі за Ляпуновим мінімальні множини.
12. Обернена теорема Маркова про стійкі за Ляпуновим мінімальні множини
13. Множина неблукаючих точок та її властивості.
14. Центр динамічної системи та його властивості.
15. Співвідношення між центром та множиною стійких за Пуасоном точок.
16. Ланцюгово-рекурентні точки та їх властивості.
17. Топологічний марківський ланцюг.
18. Періодичні точки зсуву Бернуллі.
19. Рекурентні та стійкі за Пуасоном точки зсуву Бернуллі.
20. Гомоклінічні точки та злічені ω -граничні множини зсуву Бернуллі.
21. Комбінаторна ентропія, хаотичні послідовності.
22. Напівспряженість одновимірної підкови із зсувом Бернуллі.
23. Критерії існування одновимірної підкови.
24. Одометр та його властивості.
25. Марківські розбиття породжені циклами відображень інтервалу.

26. Топологічна ентропія та її властивості.
27. Динаміка породжена неперервними монотонними відображеннями інтервалу.
28. Динаміка логістичного відображення при $\lambda < \lambda^*$.
29. Динаміка логістичного відображення при $\lambda = \lambda^*$.
30. Динаміка логістичного відображення при $\lambda > \lambda^*$.
31. Характеризація відображень, які мають цикл періоду 2.
32. Співіснування циклів періодів 2^n , $n > 0$ неперервного відображення інтервалу.
33. Перестановка, граф та матриця переходів побудовані за циклу.
34. Оператор накриття побудований за типом циклу та його властивості.
35. Співіснування періодів відмінних від 2^n , $n > 0$ неперервного відображення інтервалу.
36. Мінімальні цикли та їх властивості.
37. Частково-упорядкована множина типів циклів неперервного відображення інтервалу.
38. Теорема Клоедена.
39. Прості інваріантні множини та їх властивості.
40. Класифікація циклічних перестановок та траєкторій відображень інтервалу.
41. Прості та складні неперервні відображення інтервалу.
42. Критерії хаотичної поведінки неперервних відображень інтервалу.
43. Класифікація неперервних відображень інтервалу за типами повертальності.
44. Шварцман та його властивості. Теорема Зінгера.
45. Атрактори унімодальних відображень.
46. Структурно стійкі відображення інтервалу.
47. Біфуркації подвоєння періоду циклів.
48. Тангенціальні біфуркації циклів.
49. Нідінг-інваріанти Мілнора–Терстона.
50. Прості та складні відображення кола.
51. Поворот кола. Теорема Данжуа.
52. Біфуркації підпорядковані правилу Фарея.
53. Розтяжні відображення кола та їх структурна стійкість.
54. Підкова Смейла.
55. Фрактальні множини.
56. Теорема Пуанкаре–Бендіксона.
57. Інваріантна міра. Теорема Крилова–Боголюбова.
58. Ергодична теорема Біркгофа.
59. Біфуркації Хопфа.
60. Квадратичне відображення комплексної площини.

Рекомендована література

Основна

1. Алексеев В.М., Символическая динамика. – К.: Ин-т математики НАНУ, 1976.
2. Каток А Б, Хассельблат Б., Введение в теорию динамических систем с обзором последних достижений – М.: МЦНМО, 2005.
3. Сибирский К.С., Введение в топологическую динамику. – Кишинёв: АН МССР, 1970
4. Синай Я.Г., Введение в эргодическую теорию. – М.: Фазис, 1996.
5. Шарковский А.Н., Коляда С.Ф., Сивак А.Г., Федоренко В.В., Динамика одномерных отображений. – К.: Наукова думка, 1989.

Додаткова

1. Палис Ж., ди Мелу В., Геометрическая теория динамических систем – М.: Мир, 1986.
2. Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г., Качественная теория динамических систем второго порядка. – М.: Наука, 1966.
3. Динамические системы I-V. Серия «Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. (Итоги науки и техники. ВИНТИ АН СССР)». Москва, 1985-1986.
4. Шустер Г., Детерминированный хаос: Введение. – М.: Мир, 1988.