

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

механіко-математичний факультет

кафедра інтегральних та диференціальних рівнянь

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана / директора
з навчальної роботи

«_____» _____ 2013 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
Багаточастотні коливання та елементи теорії
коливних процесів

для студентів

галузі знань **0402 фізико-математичні науки**

напряму підготовки **8.080101 "математика"**

КИЇВ – 2013

Робоча навчальна програма дисципліни "Багаточастотні коливання та елементи теорії коливних процесів" для студентів галузі знань 0402 фізико-математичні науки, напряму підготовки 8.080101 "математика".

«____» _____ 2013 року – 14 с.

Розробники: доцент кафедри інтегральних та диференціальних рівнянь, кандидат фіз.-мат. наук **Ловейкін Юрій Вячеславович**, професор кафедри інтегральних та диференціальних рівнянь, доктор фіз.-мат. наук **Бойчук Олександр Андрійович**

Робоча програма дисципліни "Багаточастотні коливання та елементи теорії коливних процесів" затверджена на засіданні кафедри інтегральних та диференціальних рівнянь.

Протокол № ____ від «____» _____ 2013 року.

Завідувач кафедри
інтегральних та диференціальних рівнянь

М.О. Перестюк

«____» _____ 2013 року

Схвалено науково-методичною комісією механіко-математичного факультету.

Протокол № ____ від «____» _____ 2013 року.

Голова
науково-методичної комісії

«____» _____ 2013 року

© Ю.В. Ловейкін, 2013 рік
© О.А. Бойчук, 2013 рік

Вступ

Навчальна дисципліна “Багаточастотні коливання та елементи теорії коливних процесів” є складовою освітньо-професійної програми підготовки фахівців за освітньо-професійним рівнем “магістр” галузі знань “фізико-математичні науки” з напряму підготовки 8.080101 “математика”.

Дана дисципліна за вибором.

Викладається у 1 семестрі 6 курсу в обсязі **144 год.** (4 кредити ECTS) зокрема: лекцій – **68 год.**, самостійної роботи – **76 год.** У курсі передбачено два змістовних модулі і дві модульні контрольні роботи.

Мета дисципліни: ознайомлення з сучасним станом теорії коливних процесів, розгляд основних підходів та методів розв’язування задач, які виникають у різних галузях людської діяльності.

Завдання: навчити студентів застосовувати базові підходи та методи розв’язання задач сучасної теорії коливних процесів.

Структура курсу: періодичні та квазіперіодичні функції, інваріантні множини та їх стійкість, задача n тіл, групи симетрій та зниження порядку, інтегровні системи та методи інтегрування, теорія збурень інтегровних систем, неінтегровні системи, теорія малих коливань.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати: основні методи та підходи сучасної теорії коливних процесів.

вміти: застосовувати теоретичні та практичні підходи та методи аналізу задач теорії нелінійних коливань.

Місце навчальної дисципліни в структурно-логічній схемі підготовки фахівців відповідного напряму.

Дисципліна “Багаточастотні коливання та елементи теорії коливних процесів” є складовою циклу професійної та практичної підготовки магістрів математики, які спеціалізуються по кафедрі інтегральних і диференціальних рівнянь.

Зв’язок з іншими дисциплінами. Викладанню курсу передують вивчення таких математичних дисциплін, як “Диференціальні рівняння”, “Диференціальна геометрія і топологія”, “Математичний аналіз”, “Алгебра і теорія чисел”, “Диференціальні рівняння в частинних похідних”. У подальшому матеріал курсу “Багаточастотні коливання та елементи коливних процесів” використовується при викладанні інших спеціальних курсів, а набуті студентами знання — при написанні кваліфікаційних робіт.

Контроль знань і розподіл балів, які отримують студенти.

Контроль здійснюється за модульно-рейтинговою системою.

У змістовний модуль 1 (ЗМ 1) входять теми 1, 2, у змістовний модуль 2 (ЗМ 2) – теми 3, 4. Обов’язковим для екзамену є написання 1-ї та 2-ї модульних контрольних робіт з кількістю балів не менше 10.

Оцінювання за формами контролю:

| | ЗМ 1 | | ЗМ 2 | |
|------------------------------|------------|-------------|------------|-------------|
| | Мін. балів | Макс. балів | Мін. балів | Макс. балів |
| Модульна контрольна робота 1 | 10 | 30 | | |
| Модульна контрольна робота 2 | | | 10 | 30 |

Для студентів, які набрали сумарно меншу кількість балів ніж критично-розрахунковий мінімум – 20 балів для одержання екзамену обов'язково потрібно написати на потрібну кількість балів додаткову контрольну роботу по всьому матеріалу.

У випадку відсутності студента з поважних причин відпрацювання та перездачі МКР здійснюються у відповідності до „Положення про порядок оцінювання знань студентів при кредитно-модульній системі організації навчального процесу” від 1 жовтня 2010 року.

| | <i>Змістовий модуль 1</i> | <i>Змістовий модуль 2</i> | <i>Екзамен</i> | <i>Підсумкова оцінка</i> |
|----------|---------------------------|---------------------------|----------------|--------------------------|
| Мінімум | 10 | 10 | 40 | 60 |
| Максимум | 30 | 30 | 40 | 100 |

При цьому, кількість балів відповідає оцінці:

- 1 - 34** – «незадовільно» *з обов'язковим повторним вивченням дисципліни;*
- 35 - 59** – «незадовільно» *з можливістю повторного складання;*
- 60 - 64** – «задовільно» (*«достатньо»*);
- 65 - 74** – «задовільно»;
- 75 - 84** – «добре»;
- 85 - 89** – «добре» (*«дуже добре»*);
- 90 - 100** – «відмінно».

Шкала відповідності

| За 100-бальною шкалою | Оцінка іспиту за національною шкалою | | Оцінка заліку за національною шкалою |
|-----------------------|--------------------------------------|---------------------|--------------------------------------|
| 90 – 100 | 5 | відмінно | зараховано |
| 85 – 89 | 4 | добре | |
| 75 – 84 | | задовільно | |
| 65 – 74 | | | |
| 60 – 64 | 3 | | не зараховано |
| 35 – 59 | 2 | незадовільно | |
| 1 – 34 | | | |

ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Змістовний модуль 1. Основні принципи класичної механіки, квазіперіодичні рухи та задача n тіл

Тема 1. Основні принципи класичної механіки (16 год.)

Симплектична структура та рівняння Гамільтона. Інтегральні інваріанти. Вакономна механіка. Рівняння Гамільтона у надмірних координатах. Гамільтонів формалізм зі зв'язями.

Тема 2. Періодичні та квазіперіодичні функції (12 год.)

Квазіперіодичні функції. Первісна квазіперіодичної функції.

Тема 3. Інваріантні множини та їх стійкість (20 год.)

Інваріантні множини. Локально інваріантні множини. Принцип зведення. Поведінка інваріантної множини при малих збуреннях системи. Квазіперіодичні рухи та їх замикання. Рівняння інваріантності гладкого многовиду і потоку траєкторій на ньому. Локальні координати в околі тороїдального многовиду. Стійкість інваріантного тору.

Тема 4. Задача n тіл (16 год.)

Задача двох тіл. Зіткнення та регуляризація у задачі n тіл. Задача трьох тіл.

Тема 5. Групи симетрій та зниження порядку (12 год.)

Симетрії та лінійні інтеграли. Зниження порядку у системах з симетріями. Відносна рівновага та біфуркації інтегральних многовидів.

Змістовний модуль 2. Інтегровні системи, теорія збурень, малі коливання

Тема 6. Інтегровні системи та методи інтегрування (12 год.)

Огляд підходів до інтегровності гамільтонових систем. Цілком інтегровні системи. Деякі методи інтегрування гамільтонових систем.

Тема 7. Теорія збурень інтегровних систем (32 год.)

Принцип усереднення. Процедура виключення швидких змінних. Усереднення в одночастотних системах. Усереднення у нерезонансній області. Усереднення у багаточастотних системах. Усереднення у гамільтонових системах. Теорія Колмогорова–Арнольда–Мозера. Інваріантні тори збуреної системи. Дифузія повільних змінних у багатовимірних системах. Теореми про інваріантні тори. Теорія КАМ для маломірних торів.

Тема 8. Неінтегровні системи (16 год.)

Гамільтонові системи, що мало відрізняються від інтегровних. Розщеплення асимптотичних поверхонь. Квазівипадкові коливання. Неінтегровність в околі положення рівноваги. Розгалуження розв'язків та відсутність однозначних інтегралів. Перешкоди до повної інтегровності натуральних систем.

Тема 9. Теорія малих коливань (8 год.)

Система з двома ступенями вільності. Лінеаризація. Нормальні форми лінійних коливань. Нормальні форми гамільтонових систем.

НАВЧАЛЬНО-ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ

| № теми | Назва теми | Кількість годин | | | |
|---|---|-----------------|-------------------------------------|-------------------|-------------------------|
| | | лекції | семінари/ лаборат., практичні | самост. робота | Інші форми контр. |
| <i>Змістовний модуль 1</i> | | | | | |
| Основні принципи класичної механіки, квазіперіодичні рухи та задача n тіл | | | | | |
| 1 | Основні принципи класичної механіки | 8 | | 8 | |
| 2 | Періодичні та квазіперіодичні функції | 4 | | 8 | |
| 3 | Інваріантні множини та їх стійкість | 10 | | 10 | |
| 4 | Задача n тіл | 8 | | 8 | |
| 5 | Групи симетрій та зниження порядку | 6 | | 6 | |
| Модульна контрольна робота | | | | | |
| <i>Змістовний модуль 2</i> | | | | | |
| Інтегровні системи, теорія збурень, малі коливання | | | | | |
| 6 | Інтегровні системи та методи інтегрування | 6 | | 6 | |
| 7 | Теорія збурень інтегровних систем | 14 | | 18 | |
| 8 | Неінтегровні системи | 8 | | 8 | |
| 9 | Теорія малих коливань | 4 | | 4 | |
| Модульна контрольна робота | | | | | |
| | ВСЬОГО | 68 | | 76 | |

Загальний обсяг – **144 год.**, в тому числі:

Лекцій – **68 год.**

Семінари/лабораторні, практичні – **0 год.**

Самостійна робота – **76 год.**

Змістовний модуль 1.
Основні принципи класичної механіки, квазіперіодичні рухи
та задача n тіл

Тема 1. Основні принципи класичної механіки

Лекція 1. Н'ютонова та лагранжева механіка.

Завдання для самостійної роботи 1 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 1, § 1, 2].

Лекція 2. Гамільтонова механіка.

Завдання для самостійної роботи 2 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 1, § 3], [3, гл. 8, § 37-39].

Лекція 3. Вакономна механіка.

Завдання для самостійної роботи 3 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 1, § 4].

Лекція 4. Гамільтонов формалізм зі в'язями. Реалізація в'язей.

Завдання для самостійної роботи 4 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 1, § 5, 6].

Тема 2. Періодичні та квазіперіодичні функції

Лекція 5. Простори функцій $C^r(T^m)$ та $H^r(T^m)$. Квазіперіодичні функції.

Завдання для самостійної роботи 5 (4 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [2, гл. 1, § 1-5].

Лекція 6. Первісна квазіперіодичної функції. Сферичні координати векторної векторної квазіперіодичної функції. Задача про періодичний базис в E^n .

Завдання для самостійної роботи 6 (4 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [2, гл. 1, § 6-8].

Тема 3. Інваріантні множини та їх стійкість

Лекція 7. Деякі поняття і твердження. Односторонні інваріантні множини та їх стійкість.

Завдання для самостійної роботи 7 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [2, гл. 2, § 1, 2].

Лекція 8. Локально інваріантні множини. Принцип зведення.

Завдання для самостійної роботи 8 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [2, гл. 2, § 3].

Лекція 9. Поведінка інваріантної множини при малих збуреннях системи.

Завдання для самостійної роботи 9 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [2, гл. 2, § 4].

Лекція 10. Квазіперіодичні рухи та їх замикання. Рівняння інваріантності гладкого многовиду і потоку траєкторій на ньому.

Завдання для самостійної роботи 10 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [2, гл. 2, § 5, 6].

Лекція 11. Локальні координати в околі тороїдального многовиду. Стійкість інваріантного тору.

Завдання для самостійної роботи 11 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [2, гл. 2, § 7, 8].

Тема 4. Задача n тіл

Лекція 12. Задача двох тіл.

Завдання для самостійної роботи 12 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 2, § 1].

Лекція 13. Зіткнення та регуляризація. Частинні розв'язки.

Завдання для самостійної роботи 13 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 2, § 2, 3].

Лекція 14. Фінальні рухи у задачі трьох тіл. Обмежена задача трьох тіл.

Завдання для самостійної роботи 14 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 2, § 4, 5].

Лекція 15. Ергодичні теореми небесної механіки. Динаміка у просторах сталої кривизни.

Завдання для самостійної роботи 15 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 2, § 6, 7].

Тема 5. Групи симетрій та зниження порядку

Лекція 16. Симетрії та лінійні інтеграли.

Завдання для самостійної роботи 16 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 3, § 1].

Лекція 17. Зниження порядку у системах з симетріями.

Завдання для самостійної роботи 17 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 3, § 2].

Лекція 18. Відносна рівновага та біфуркації інтегральних многовидів.

Завдання для самостійної роботи 18 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 3, § 3].

Контрольні питання

1. Симплектична структура та рівняння Гамільтона.
2. Інтегральні інваріанти.
3. Вакономна механіка.
4. Рівняння Гамільтона у надмірних координатах.
5. Гамільтонів формалізм зі в'язями.
6. Квазіперіодичні функції.
7. Первісна квазіперіодичної функції.
8. Інваріантні множини.
9. Локально інваріантні множини. Принцип зведення.
10. Поведінка інваріантної множини при малих збуреннях системи.
11. Квазіперіодичні рухи та їх замикання. Рівняння інваріантності гладкого многовиду і потоку траєкторій на ньому.
12. Локальні координати в околі тороїдального многовиду. Стійкість інваріантного тору.
13. Задача двох тіл.
14. Зіткнення та регуляризація у задачі n тіл.
15. Задача трьох тіл.
16. Симетрії та лінійні інтеграли.
17. Зниження порядку у системах з симетріями.
18. Відносна рівновага та біфуркації інтегральних многовидів.

Змістовний модуль 2.

Інтегровні системи, теорія збурень, малі коливання

Тема 6. Інтегровні системи та методи інтегрування

Лекція 19. Огляд підходів до інтегровності гамільтонових систем.

Завдання для самостійної роботи 19 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 5, § 1].

Лекція 20. Цілком інтегровні системи.

Завдання для самостійної роботи 20 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 5, § 2].

Лекція 21. Деякі методи інтегрування гамільтонових систем.

Завдання для самостійної роботи 21 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 5, § 3].

Тема 7. Теорія збурень інтегровних систем

Лекція 22. Принцип усереднення. Процедура виключення швидких змінних.

Завдання для самостійної роботи 22 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 6, § 1.1–1.3].

Лекція 23. Усереднення в одночастотних системах. Усереднення у системах зі сталими частотами.

Завдання для самостійної роботи 23 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 6, § 1.4, 1.5].

Лекція 24. Усереднення у нерезонансній області. Усереднення у багаточастотних системах.

Завдання для самостійної роботи 24 (4 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 6, § 1.6–1.10].

Лекція 25. Усереднення у гамільтонових системах.

Завдання для самостійної роботи 25 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 6, § 2].

Лекція 26. Теорія Колмогорова–Арнольда–Мозера. Інваріантні тори збуреної системи. Система з двома ступенями вільності.

Завдання для самостійної роботи 26 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 6, § 3.1–3.3].

Лекція 27. Дифузія повільних змінних у багатовимірних системах. Дифузія без експоненціально малих ефектів.

Завдання для самостійної роботи 27 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 6, § 3.4, 3.5].

Лекція 28. Різні варіанти теореми про інваріантні тори. Теорія КАМ для маломірних торів. Канторо-тори.

Завдання для самостійної роботи 28 (4 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 6, § 3.6–3.9].

Тема 8. Неінтегровні системи

Лекція 29. Гамільтонові системи, що мало відрізняються від інтегровних.

Завдання для самостійної роботи 29 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 7, § 1].

Лекція 30. Розщеплення асимптотичних поверхонь.

Завдання для самостійної роботи 30 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 7, § 2].

Лекція 31. Квазівипадкові коливання. Неінтегровність в околі положення рівноваги.

Завдання для самостійної роботи 31 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 7, § 3, 4].

Лекція 32. Розгалуження розв'язків та відсутність однозначних інтегралів. Перешкоди до повної інтегровності натуральних систем.

Завдання для самостійної роботи 32 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 7, § 5, 6].

Тема 9. Теорія малих коливань

Лекція 33. Лінеаризація. Нормальні форми лінійних коливань.

Завдання для самостійної роботи 33 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 8, § 1, 2].

Лекція 34. Нормальні форми гамільтонових систем.

Завдання для самостійної роботи 34 (2 год.). Опрацювати теоретичний матеріал [1, гл. 8, § 3, 4].

Контрольні питання

1. Огляд підходів до інтегровності гамільтонових систем.
2. Цілком інтегровні системи.
3. Деякі методи інтегрування гамільтонових систем.
4. Принцип усереднення. Процедура виключення швидких змінних.
5. Усереднення в одночастотних системах.
6. Усереднення у нерезонансній області. Усереднення у багаточастотних системах.
7. Усереднення у гамільтонових системах.
8. Теорія Колмогорова–Арнольда–Мозера. Інваріантні тори збуреної системи.
9. Система з двома ступенями вільності.
10. Дифузія повільних змінних у багатовимірних системах.
11. Теореми про інваріантні тори.
12. Теорія КАМ для маломірних торів.
13. Гамільтонові системи, що мало відрізняються від інтегровних.
14. Розщеплення асимптотичних поверхонь.
15. Квазівипадкові коливання. Неінтегровність в околі положення рівноваги.
16. Розгалуження розв'язків та відсутність однозначних інтегралів. Перешкоди до повної інтегровності натуральних систем.
17. Лінеаризація. Нормальні форми лінійних коливань.
18. Нормальні форми гамільтонових систем.

Перелік питань на екзамен

Симплектична структура та рівняння Гамільтона. Інтегральні інваріанти. Вакономна механіка. Рівняння Гамільтона у надмірних координатах. Гамільтонів формалізм зі в'язями.

Квазіперіодичні функції. Первісна квазіперіодичної функції. Інваріантні множини. Локально інваріантні множини. Принцип зведення. Поведінка інваріантної множини при малих збуреннях системи. Квазіперіодичні рухи та їх замикання. Рівняння інваріантності гладкого многовиду і потоку траєкторій на ньому. Локальні координати в околі тороїдального многовиду. Стійкість інваріантного тору.

Задача двох тіл. Зіткнення та регуляризація у задачі n тіл. Задача трьох тіл.

Симетрії та лінійні інтеграли. Зниження порядку у системах з симетріями. Відносна рівновага та біфуркації інтегральних многовидів.

Огляд підходів до інтегровності гамільтонових систем. Цілком інтегровні системи. Деякі методи інтегрування гамільтонових систем.

Принцип усереднення. Процедура виключення швидких змінних. Усереднення в одночастотних системах. Усереднення у нерезонансній області. Усереднення у багаточастотних системах. Усереднення у гамільтонових системах.

Теорія Колмогорова–Арнольда–Мозера. Інваріантні тори збуреної системи. Система з двома ступенями вільності. Дифузія повільних змінних у багатовимірних системах. Теореми про інваріантні тори. Теорія КАМ для маломірних торів.

Гамільтонові системи, що мало відрізняються від інтегровних. Розщеплення асимптотичних поверхонь. Квазівипадкові коливання. Неінтегровність в околі положення рівноваги. Розгалуження розв'язків та відсутність однозначних інтегралів. Перешкоди до повної інтегровності натуральних систем.

Лінеаризація. Нормальні форми лінійних коливань. Нормальні форми гамільтонових систем.

Рекомендована література

1. Арнольд В.И., Козлов В.В., Нейштадт А.И. Математические аспекты классической и небесной механики. – М.: Эдиториал УРСС, 2002. – 416 с.
2. Самойленко А.М. Элементы математической теории многочастотных колебаний. Инвариантные торы. – М.: Наука, 1987. – 304 с.
3. Арнольд В.И. Математические методы классической механики. – М.: Наука, 1989. – 472 с.

Програма курсу "Багаточастотні коливання та елементи коливних процесів"

Симплектична структура та рівняння Гамільтона. Інтегральні інваріанти. Вакономна механіка. Рівняння Гамільтона у надмірних координатах. Гамільтонів формалізм зі в'язями.

Квазіперіодичні функції. Первісна квазіперіодичної функції. Інваріантні множини. Локально інваріантні множини. Принцип зведення. Поведінка інваріантної множини при малих збуреннях системи. Квазіперіодичні рухи та їх замикання. Рівняння інваріантності гладкого многовиду і потоку траєкторій на ньому. Локальні координати в околі тороїдального многовиду. Стійкість інваріантного тору.

Задача двох тіл. Зіткнення та регуляризація у задачі n тіл. Задача трьох тіл.

Симетрії та лінійні інтеграли. Зниження порядку у системах з симетріями. Відносна рівновага та біфуркації інтегральних многовидів.

Огляд підходів до інтегровності гамільтонових систем. Цілком інтегровні системи. Деякі методи інтегрування гамільтонових систем.

Принцип усереднення. Процедура виключення швидких змінних. Усереднення в одночастотних системах. Усереднення у нерезонансній області. Усереднення у багаточастотних системах. Усереднення у гамільтонових системах.

Теорія Колмогорова–Арнольда–Мозера. Інваріантні тори збуреної системи. Система з двома ступенями вільності. Дифузія повільних змінних у багатовимірних системах. Теореми про інваріантні тори. Теорія КАМ для маломірних торів.

Гамільтонові системи, що мало відрізняються від інтегровних. Розщеплення асимптотичних поверхонь. Квазівипадкові коливання. Неінтегровність в околі положення рівноваги. Розгалуження розв'язків та відсутність однозначних інтегралів. Перешкоди до повної інтегровності натуральних систем.

Лінеаризація. Нормальні форми лінійних коливань. Нормальні форми гамільтонових систем.

Программа курса "Многочастотные колебания и элементы колебательных процессов"

Симплектическая структура и уравнения Гамильтона. Интегральные инварианты. Вакономная механика. Уравнения Гамильтона в избыточных координатах. Гамильтонов формализм со связями.

Квазипериодические функции. Первообразная квазипериодической функции. Инвариантные множества. Локально инвариантные множества. Принцип сведения. Поведение инвариантного множества при малых возбуждениях системы. Квазипериодические движения и их замыкание. Уравнение инвариантности гладкого многообразия и потока траекторий на нем. Локальные координаты в окрестности тороидального многообразия. Устойчивость инвариантного тора.

Задача двух тел. Столкновения и регуляризация в задаче n тел. Задача трех тел.

Симметрии и линейные интегралы. Понижение порядка в системах с симметриями. Относительное равновесие и бифуркации интегральных многообразий.

Обзор подходов к интегрируемости гамильтоновых систем. Вполне интегрируемые системы. Некоторые методы интегрирования гамильтоновых систем.

Принцип усреднения. Процедура исключения быстрых переменных. Усреднение в одночастотных системах. Усреднение в нерезонансной области. Усреднение в многочастотных системах. Усреднение в гамильтоновых системах.

Теория Колмогорова–Арнольда–Мозера. Инвариантные торы возмущенной системы. Система с двумя степенями свободы. Диффузия медленных переменных в многомерных системах. Теоремы о инвариантных торах. Теория КАМ для маломерных торов.

Гамильтоновы системы, мало отличающиеся от интегрируемых. Расщепление асимптотических поверхностей. Квазислучайные колебания. Неинтегрируемость в окрестности положения равновесия. Ветвления решений и отсутствие однозначных интегралов. Препятствия к полной интегрируемости натуральных систем.

Линеаризация. Нормальные формы линейных колебаний. Нормальные формы гамильтоновых систем.